[اللهم علمني ما ينفعني، وانفعني بما علمتني، وزدني علماً](https://www.google.com/url?sa=t&rct=j&q=&esrc=s&source=web&cd=6&cad=rja&uact=8&ved=0CD0QFjAFahUKEwjS76D63LLIAhVGiRoKHeb_Dqw&url=http%3A%2F%2Fwww.flyingway.com%2Fvb%2Farchive%2Findex.php%2Ft-5099.html&usg=AFQjCNEOj_9l73mVwARlbCy0CdI3zSRaOg)

CHAPITRE : II

**Cinématique du point matériel**

II. Cinématique du point matériel

II.1. Définitions Générales

II.2. 1.Mouvement rectiligne uniforme

II.3.Mouvement dans l’espace ou curviligne

II.3.1.Position d’un mobile

II.3.2.Vecteur déplacement

II.3.3.Vecteur vitesse d’un point

II.3.4.Vecteur accélération

II.4.mouvement dans le plan

II.4.1. Etude du mouvement en coordonnées polaires

II.4.2.Mouvement circulaire

II.4.3.Mouvement circulaire uniforme

II.5.Coordonnées curvilignes ou intrinsèques

II.6.Mouvement dans l’espace

II.6.1. Etude du mouvement en Coordonnées cartésiennes

II.6.2. Etude du mouvement en coordonnées cylindriques

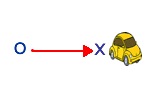
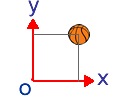
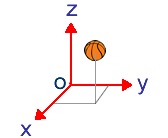
II.6.3. Etude du mouvement en coordonnées sphériques

II.7. Mouvements relatifs

II.7. 1.Mouvement absolu

II.7. 2.Mouvement relatif

**Cinématique du point matériel**



**II. Cinématique du point matériel**

**II.1. Définitions Générales**

L’objet de la cinématique est l’étude des mouvements des corps en fonction du temps,

sans tenir compte des causes qui le produisent.

Les grandeurs physiques de la cinématique sont le temps, la position, la vitesse et l’accélération.

"Etudier le mouvement" veut dire :

* Trouver l’équation de la trajectoire du mobile.
* Trouver la relation mathématique entre vitesse et temps.
* Trouver la relation entre position et temps.
* Trouver la relation entre vitesse et position.

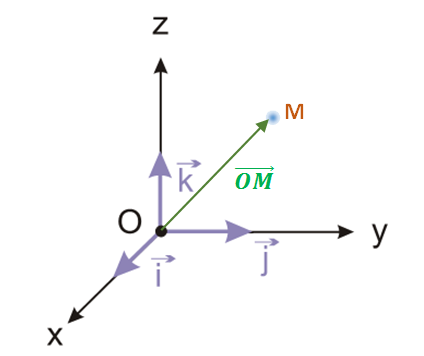
Pour étudier un mouvement, il faut:

* un système de référence ou repère = (trois axes orientés + une  origine)
* une horloge

Un point matériel est un objet infiniment petit devant les distances caractéristiques du mouvement pour être considéré comme ponctuel.

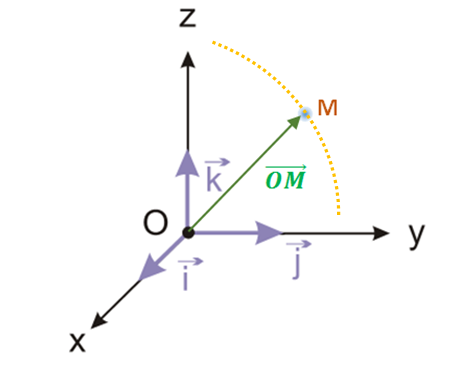
Pour décrire la position d’un point nous avons besoin d’un repère: repère = origine + base

Le plus souvent la base est orthonormée : le repère est alors appelé repère cartésien



Un point M de l’espace est repéré par ses coordonnées x, y et z tel que:

Si le point *M* est en mouvement (On distingue essentiellement trois type de mouvements : translation, Rotation et Vibration): le Vecteur dépend du temps



La trajectoire est l'ensemble des positions successives occupées par le mobile M lors de son mouvement. Celle–ci peut être rectiligne ou bien curviligne. Elle peut être ouverte ou fermée.

**Exemple**

un mobile est repéré par les coordonnées suivantes :

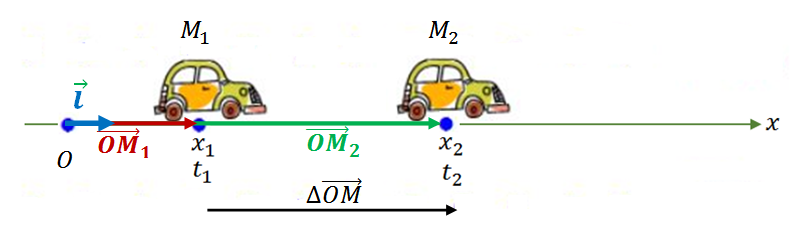
En supprimant le temps, on obtient :

La trajectoire est donc un cercle de centre O et de rayon A

L’équation de la trajectoire est une relation qui lie les coordonnées du point entre elles .

**II.2. Mouvement rectiligne**

**Trajectoire** d’un mouvement rectiligne est une droite

****

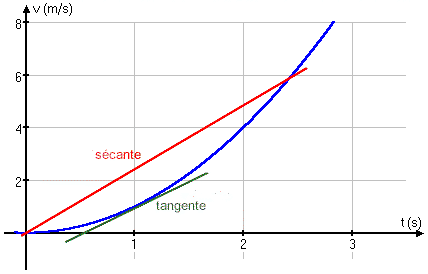
**Vecteur position:** avec est appelée équation horaire du mouvement **Vecteur déplacement:**

**Vecteur vitesse moyenne :** Si est le temps mis entre et , la vitesse moyenne est:

**Vecteur vitesse instantanée:** c’est la vitesse moyenne calculée sur un intervalle de temps très petit, qui à la limite tend vers zéro

* Si on a l’expression de , alors désigne la dérivée de .
* Si on a le graphe de , alors désigne la pente de la tangente à la courbe x(t).

**Vecteur accélération moyenne :** avec et Sont dans le même sens et direction.



**Vecteur accélération instantanée:**

* Si on a l’expression de v(t), alors désigne la dérivée de v(t).
* Si on a le graphe de v(t), alors désigne la pente de la tangente à la courbe v(t).

**Mouvement rectiligne uniforme :** et

**Représentation graphique du Mouvement rectiligne uniforme (MRU)**

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
|  |  |
|  |  |

**Mouvement rectiligne uniformément accéléré :** et

**Mouvement rectiligne uniformément retardé ou décéléré :**et

**Passage de la vitesse à la position:**

**Passage de l’accélération à la vitesse:**

**Mouvement rectiligne uniforme (MRU):** Le MRU est un mouvement rectiligne à vitesse constante :

Par conséquent :

où C'est une équation, représentée par une droite.

**Le mouvement rectiligne uniformément accéléré (MRUA ou MRUV):** Un mouvement est dit uniformément accéléré si la trajectoire est une droite et si l’accélération est constante.

Par conséquent :

où

La représentation graphique de l’abscisse x en fonction du temps t est une parabole.

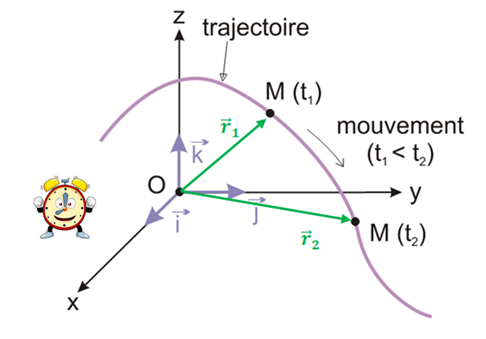
**Relation entre a, v et x:**

**II.3.Mouvement dans l’espace ou curviligne**

**II.3.1.Position d’un mobile**

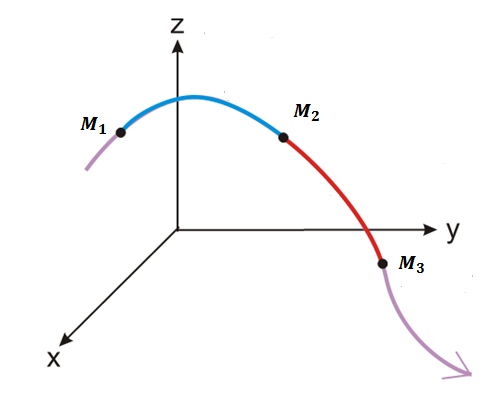
On peut définir la position d’un point dans l’espace de deux manières:

* En repérant le point par rapport à un repère orthonormé



Le vecteur position s’écrit :

* En considérant un point sur la trajectoire pris comme origine

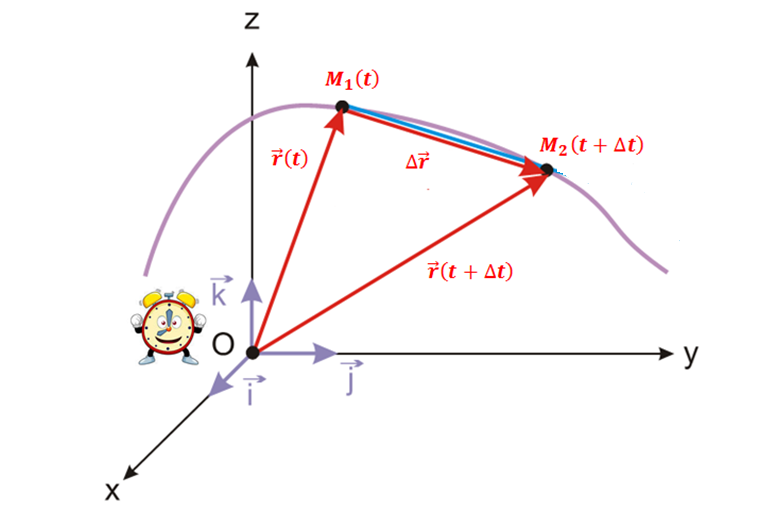


On parle d’abscisse curviligne notée :

La loi décrivant s(t) en fonction du temps est appelée équation horaire

**II.3.2.Vecteur déplacement**

C’est la distance pour aller du point au point .

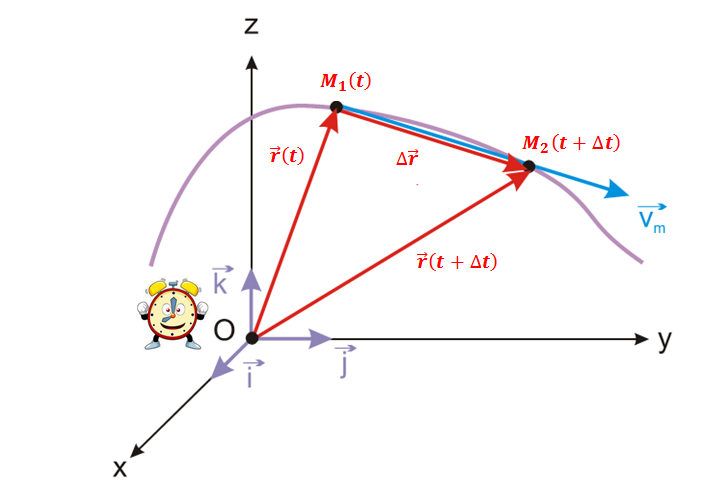


**II.3.3.Vecteur vitesse d’un point**

La vitesse d’un mobile caractérise la variation de sa position au cours du temps.

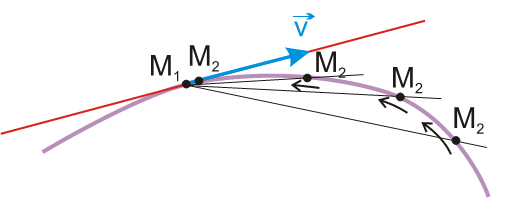
**Vecteur vitesse moyenne**

Soit deux positions du mobile et à deux instants et .



Le vecteur vitesse moyenne est parallèle au vecteur déplacement

**Vecteur vitesse instantanée**



Où le sigle désigne la variation de la grandeur qu’il accompagne.

Mathématiquement, cette limite de taux d’accroissement est la dérivée du vecteur position par rapport au temps

**Conclusion**

la vitesse instantanée à l’instant t est assimilée à la vitesse moyenne entre deux instants et , tel que t est milieu de [ , ] et petit.

**II.3.4.Vecteur accélération**

**Accélération moyenne**

Elle caractérise la variation du vecteur vitesse

a le même sens et direction que

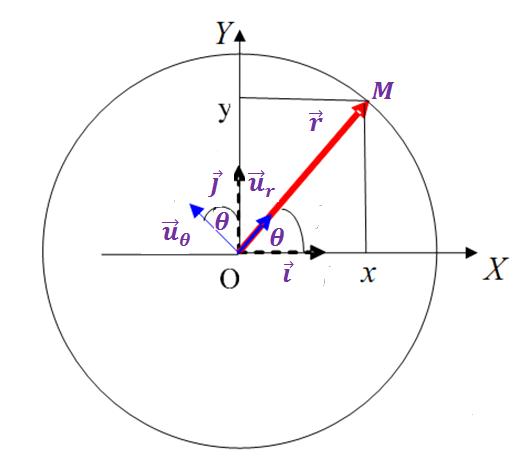
**Accélération instantanée**

**II.4.mouvement dans le plan**

**II.4.1.** **Etude du mouvement en coordonnées polaires**

On repère le point M par la distance et l’angle

et sont les équations paramétriques en coordonnées polaires

****

On prend deux vecteurs nouveaux unitaires et

Puisque :

Nous dérivons le vecteur position

Or :

donc :

ou encore :

soit

où : et sont les vitesses radiale et orthoradiale respectivement.

Nous avons

alors :

**II.4.2.Mouvement circulaire**

le vecteur vitesse est donc :

Et l’expression du vecteur accélération est :

Remarquons que cette accélération a deux composantes:

* Accélération normale notée par portée par la normale, dirigée vers le centre , et de sens contraire à elle indique la variation de la direction de la vitesse.
* Accélération tangentielle notée par , portée par la tangente à la trajectoire au point M , elle indique la variation du module de la vitesse.

**II.4.3.Mouvement circulaire uniforme**

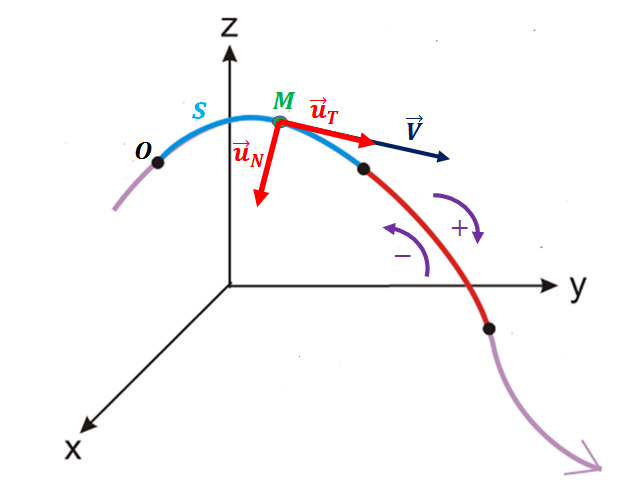
Pour ce mouvement la vitesse est constante en module. Et puisque , Dans ce cas:

où est la vitesse angulaire (constante).

Dans le cas d’une trajectoire quelconque il suffit de remplacer R par le rayon de courbure de la trajectoire, , qui est en général fonction du temps :

**II.5.Coordonnées curvilignes ou intrinsèques**

Si la trajectoire d’un mobile M est connue, on peut l’orienter et choisir un point origine O. La valeur algébrique de l’arc est l’abscisse curviligne s du point M.



* s > 0 si en allant de O à M on se déplace dans le sens de l’orientation.
* s < 0 si en allant de O à M on se déplace dans le sens inverse de l’orientation.

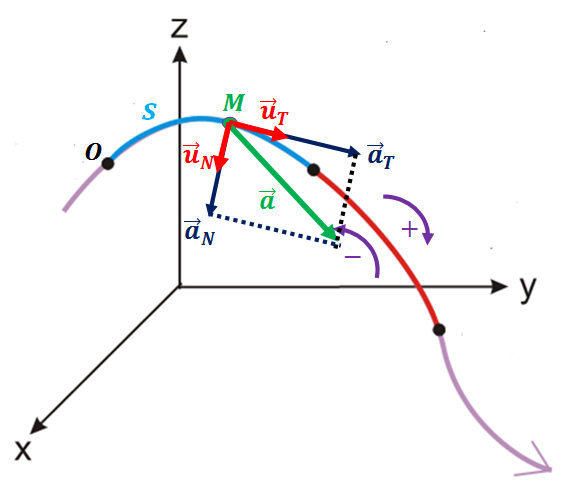
Le bon sens impose qu’on oriente la trajectoire dans le sens du mouvement.

La fonction est appelée équation horaire du mouvement

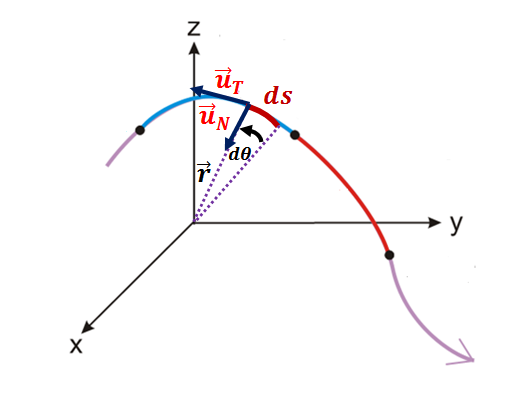
: porté par la tangente à la trajectoire en M est orienté dans le sens positif

: porté par la perpendiculaire à la trajectoire et dirigée vers l’intérieur

* Vitesse
* Accélération



avec



**Composantes de Frenet**

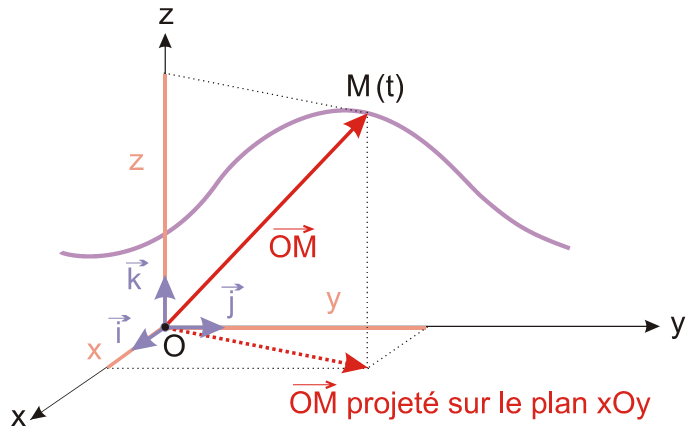
Les composantes de Frenet sont relatives au trièdre défini en un point de la trajectoire (c) par les trois vecteurs unitaires suivantes

* tangent à la trajectoire
* normal à la trajectoire
* vecteur unitaire bi-normale

**II.6.Mouvement dans l’espace**

**II.6.1. Etude du mouvement en Coordonnées cartésiennes**

, et sont les équations paramétriques du mouvement



* Vitesse moyenne
* Vitesse instantanée

Les vecteurs de la base des coordonnées cartésiennes étant fixes, leurs dérivées

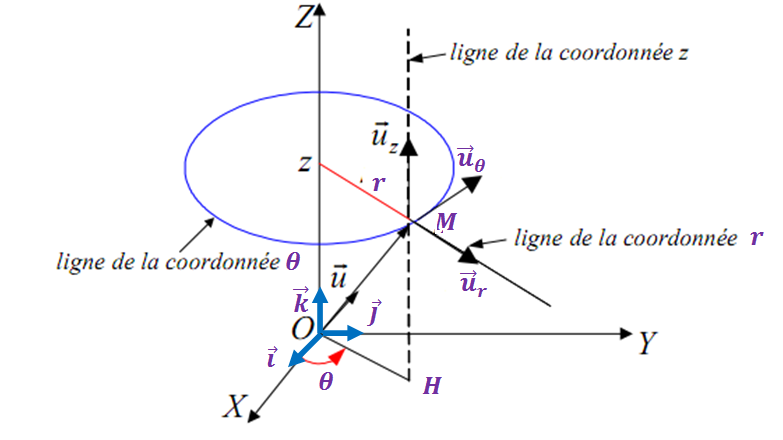
par rapport au temps sont nulles:

* Accélération moyenne
* Accélération instantanée

**II.6.2.** **Etude du mouvement en coordonnées cylindriques**

En coordonnées cylindriques le vecteur s’écrit:

H est la projection de M dans le plan

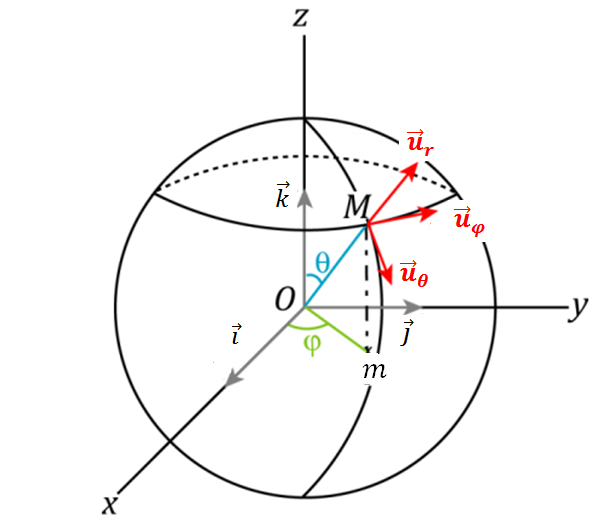


En coordonnés cylindriques la vitesse est :

où : et sont les vitesses radiale et orthoradiale respectivement.

Et l’accélération:

**II.6.3.** **Etude du mouvement en coordonnées sphériques**

****

multiplions et respectivement par et .

la somme des deux équations du système donne:

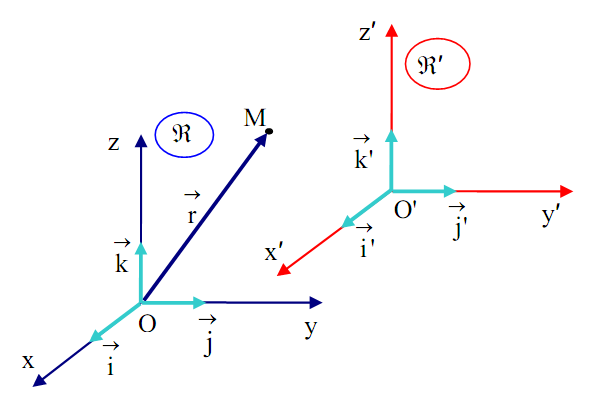
vecteur position en coordonnées sphériques dépend du vecteur . Ce dernier

dépend des angles et donc sa dérivée par rapport au temps est donnée par:

**II.7. Mouvements relatifs**

Soit à étudier le mouvement d’une particule M par rapport à un repère fixe , appelé repère absolu. Il est parfois intéressant d’introduire un second repère ’, dit repère relatif, par rapport au quel le mouvement de M soit simple à étudier. Soient,

* un repère absolu (repère fixe).
* un repère relatif (repère mobile par rapport à ).



**II.7. 1.Mouvement absolu**

Le mouvement de M considéré par rapport au repère absolu est caractérisé par les grandeurs :

* **Vecteur position**
* **Vitesse absolue**
* **Accélération absolue**

les dérivations sont effectuées dans ℜ dans lequel la base est invariable.

**II.7. 2.Mouvement relatif**

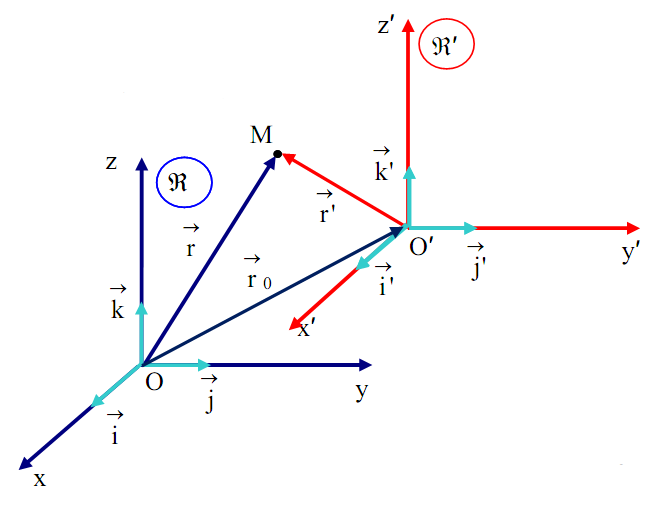
Le même mouvement, considéré par rapport au repère relatif , est caractérisé par les grandeurs :

* **Vecteur position**
* **Vitesse relative**
* **Accélération relative**

Remarque: les dérivations sont effectuées dans ℜ′ dans lequel la base est

invariable.

**Composition des vecteurs vitesses**



Par ailleurs, donc :

Si on dérive par rapport au temps, en tenant compte du fait que la base peut varier

dans ℜ, on obtient :

**vitesse d'entraînement**

la vitesse d'entraînement nous permet de déterminer la nature du mouvement du repère mobile par rapport au repère fixe.

lorsqu'il existe un vecteur de rotation lié au repère de rotation, la formule de poisson nous permet d'écrire:

* lorsqu'il y'a translation et rotation:
* lorsqu'il y'a translation pure :il n'y'a pas de rotation

lorsqu'il y'a rotation pure:

les deus repère sont superposés, ils ont la même origine:

**Vecteurs accélérations**

* **Accélération absolue**
* **Accélération relative**

**Accélération d'entraînement**

**Accélération de Coriolis**

Cette accélération est due à l'effet de rotation du repère mobile

**Relation entre les accélérations**

En dérivant l'expression de par rapport au temps, on montre que l'accélération absolue peut se mettre sous la forme:

accélération d’entraînement

: accélération relative

: accélération de Coriolis

**Démonstration:**